Kurvendiskussion $f(x)=(x-k)\cdot e^{-x}$ **oder genauer formuliert:** $f_k(x)=(x-k)\cdot e^{-x}$

1. Ableitungen

$f(x)=(x-k)\cdot e^{-x}$

$f'(x)=(x-k)'\cdot e^{-x}+(x-k)\cdot e^{-x}$ | Kettenregel anwenden

$f'(x)=1\cdot e^{-x}+(x-k)\cdot e^{-x}\cdot(-1)$ | Ausklammern

$f'(x)=(1-x+k)\cdot e^{-x}$

$f''(x)=(1-x+k)'\cdot e^{-x}+(1-x+k)\cdot e^{-x}{}'$

$f''(x)=(-1)e^{-x}+(1-x+k)\cdot e^{-x}(-1)$

$f''(x)=-e^{-x}[(1-x+k)+1)]$

$f''(x)=-e^{-x}(2-x+k)$

$f''(x)=(x-k-2)e^{-x}$

$f'''(x)=-e^{-x}{}'\cdot(2-x+k)+-e^{-x}\cdot(2-x+k)'$

$f'''(x)=e^{-x}\cdot(2-x+k)+-e^{-x}\cdot(-1)$

$f'''(x)=e^{-x}\cdot(3-x+k)$

2. Nullstellen

$f(x)=(x-k)\cdot e^{-x}=0$

$x-k=0$ Da e^{-x} nicht 0 werden kann, muss gelten: (x-k) = 0.

$x=k$

Nullstelle $N(k\mid 0)$

3. Extrema

$f'(x)=(1-x+k)\cdot e^{-x}=0$ Da e^{-x} nicht 0 werden kann, muss gelten: $1-x+k=0$

$1-x+k=0$ |-1| -k

$-x=-1-k$

$x=1+k$

$f''(1+k)=\left[(1+k)-k-2\right]\cdot e^{-(1+k)}$

$f''(1+k)=(-1)\cdot e^{-(1+k)}<0$

$f''(1+k)=-\frac{1}{e^{(1+k)}}<0$ Weil $\frac{1}{e^{(1+k)}}$ $e^{-(1+k)}$ weder 0 noch negativ werden kann, ist das Ergebnis immer negativ und damit kleiner als 0. Also handelt es sich um einen Hochpunkt bzw. Maximum.

y-Wert:

$f(1+k)=\left[(1+k)-k\right]\cdot e^{-(1+k)}$ den dazu gehörigen y-Wert errechnen durch Einfügen

$f(1+k)=1\cdot e^{-(1+k)}$

$f(1+k)=e^{-(1+k)}$

→Hochpunkt HP $(1+k\mid e^{-1-k})$

4.Wendepunkte

$f''(x) = e^{-x}(x-k-2) = 0$ Da e^{-x} nicht 0 werden kann, muss gelten: $(x-k-2) = 0$.

$x-k-2=0$

$x=k+2$

$f'''(x) = e^{-(k+2)} \cdot [3-(k+2)+k]$
$f'''(x) = e^{-(k+2)} \cdot (3-k-2+k)$
$f'''(x) = e^{-(k+2)} \cdot 1$
$f'''(x) = e^{-k-2}$
$f'''(x) = e^{-k-2} \neq 0$ Weil e^{-k-2} nicht 0 werden kann

$f(k+2) = [(k+2)-k] \cdot e^{-(k+2)}$ y-Wert durch Einfügen
$f(k+2) = 2 \cdot e^{-k-2}$
→ Wendepunkt W $(k+2 \mid 2e^{-k-2})$

5. Verhalten gegen Unendlich

$f(x) = (x-k) \cdot e^{-x}$

Verhalten für $+\infty$

$$f(x) = \underbrace{\underbrace{(x-k)}_{+\infty} \cdot \underbrace{e^{-x}}_{0}}_{0}$$

Verhalten für $-\infty$

$$f(x) = \underbrace{\underbrace{(x-k)}_{-\infty} \cdot \underbrace{e^{-x}}_{+\infty}}_{-\infty}$$

6. Graph(en)